

التمرين 1 (3,5)

(1,5) 1- بسط العدد : $A = \log \sqrt{5 - \sqrt{5}} + \log \sqrt{5 + \sqrt{5}} - \frac{1}{2} \log 5$

(1) 2- حل في \mathbb{R}^2 النظام التالية : $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x + y = 8 \end{cases}$

(1) ثم استنتج حلول النظام : $\begin{cases} \log x + 2 \log y = 1 \\ 3 \log x + \log y = 8 \end{cases}$

التمرين 2 (6,5)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} = \frac{4u_n - 9}{u_n - 2}$ و نضع $(\forall n \in \mathbb{N}) v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

(1,5) 1- احسب u_1 و v_0 و v_1 .

(2) 2- بين أن (v_n) متتالية حسابية محددنا أساسها .

(2) 3- اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

(1) 4- احسب المجموع : $S = v_0 + \dots + v_{19}$

التمرين 3 (5,5)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = -\frac{1}{2}$ و $(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} = \frac{u_n}{3 - 2u_n}$

(2) 1- بين أن $\forall n \in \mathbb{N} u_n < 0$ ثم ادرس رتبة المتتالية (u_n)

2- لكل n من \mathbb{N} نضع : $v_n = \frac{u_n}{u_n - 1}$

(1,5) أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية محددنا أساسها وحدها الأول .

(2) ب- حدد v_n بدلالة n . ثم استنتج u_n بدلالة n .

التمرين 4 (4,5)

بلغ عدد سكان بلد سنة 2010 أربعين مليون نسمة . نفترض أن عدد السكان يرتفع بشكل طبيعي بنسبة 1,5% كل سنة ، وأن 45000 شخص يغادرون هذا البلد سنويا بسبب الهجرة إلى الخارج . نعتبر المليون هو الوحدة و نضع $u_0 = 40$ عدد السكان سنة 2010 .

(1) 1- احسب u_1 (عدد السكان سنة 2011) و u_2 (عدد السكان سنة 2012)

(1) 2- بين أن : $u_{n+1} = 1,015u_n - 0,045$ لكل n من \mathbb{N} .

3- لكل n من \mathbb{N} نضع : $v_n = u_n - 3$

(0,5) أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 1,015$.

(1) ب- حدد v_n بدلالة n . ثم استنتج u_n بدلالة n .

(1) 4- كم سيكون عدد سكان هذا البلد سنة 2030 ؟ (نعطي $(1,015)^{20} = 1,346855$)